

**FACOLTÀ di INGEGNERIA**  
**Prova Scritta di GEOMETRIA del 13 giugno 2013**  
**Corso di laurea: Informatica ed Elettronica**

[1] Determinare i valori del parametro reale  $\mathbf{k}$  per cui esiste ed è unica l'applicazione lineare  $\mathbf{L} : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$  tale che

$$\mathbf{L}(\mathbf{0}, \mathbf{2}, \mathbf{1}) = (\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{2}), \quad \mathbf{L}(\mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{2}) = (\mathbf{1}, \mathbf{k}, \mathbf{2k+1}), \quad \mathbf{L}(\mathbf{k}, \mathbf{2k^2}, \mathbf{2k+1}) = (\mathbf{0}, \mathbf{2}, \mathbf{5}).$$

Stabilire inoltre quando le eventuali applicazioni trovate risultano invertibili.

[2] Determinare due vettori geometrici  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{v}$ , il primo parallelo alla retta

$$\begin{cases} \mathbf{x} - \mathbf{2z} - \mathbf{1} = \mathbf{0} \\ \mathbf{y} + \mathbf{z} = \mathbf{1} \end{cases}$$

il secondo parallelo al piano  $\mathbf{xz}$ , tali che  $\mathbf{u} + \mathbf{v} = (\mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{2})$ .

[3] Studiare la curva algebrica piana di equazione

$$\mathbf{y^3 - 2xy^2 + yx^2 + x - y = 0}$$

nei suoi punti impropri, determinando le rispettive tangenti.

[4] Dopo aver mostrato che la retta

$$\begin{cases} \mathbf{x + y + 2z = 0} \\ \mathbf{y + 3x = 1} \end{cases}$$

è sghemba con la retta impropria del piano  $\mathbf{x + z = 2}$ , determinare equazioni cartesiane per la retta passante per il punto  $(\mathbf{1}, \mathbf{0}, \mathbf{3})$  che incida entrambe.