

FACOLTÀ di INGEGNERIA
Prova Scritta di GEOMETRIA del 23 Gennaio 2012
Corso di laurea: Informatica ed Elettronica

[1] Si consideri l'applicazione lineare, $f : R^3 \rightarrow R^3$ tale che

$$\mathbf{L}(\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2) = \mathbf{e}_1, \quad \mathbf{L}(\mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_3) = 3\mathbf{e}_2 \quad \mathbf{L}(\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3) = \mathbf{e}_3 - \mathbf{e}_1$$

ove $\mathbf{C} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ indica la base canonica di \mathbf{R}^3 . Determinare una base di $\text{Im}(\mathbf{L}^2 - \text{id})$.

[2] Stabilire per quali valori del parametro reale \mathbf{h} il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} \mathbf{y} - \mathbf{z} = 1 \\ \mathbf{x} + \mathbf{y} = 1 \\ \mathbf{z} - 2\mathbf{y} = \mathbf{h} \\ 3\mathbf{y} - 2\mathbf{z} = 1 - \mathbf{h} \end{cases}$$

ammette soluzioni ed eventualmente determinarle.

[3] Determinare un'equazione cartesiana della conica avente come asintoto la retta $\mathbf{x} - 2\mathbf{y} + 2 = 0$, tangente nell'origine alla retta $\mathbf{y} = 3\mathbf{x}$ e passante per $\mathbf{Q} = (3, 2)$. Classificare tale conica.

[4] Tra i piani per $\mathbf{P} = (1, -1, 0)$ e ortogonali al piano $3\mathbf{x} - \mathbf{y} + \mathbf{z} + 1 = 0$, determinare quello parallelo alla retta

$$\mathbf{s} : \begin{cases} \mathbf{x} + \mathbf{z} = 0 \\ \mathbf{y} - \mathbf{x} + \mathbf{z} = 1 \end{cases}$$