

FACOLTÀ di INGEGNERIA
Prova Scritta di GEOMETRIA del 21 gennaio 2008
Corso di laurea: Informatica ed Elettronica

[1] Considerati i seguenti due sottospazi di \mathbf{R}^3

$$\mathbf{U} = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \in \mathbf{R}^3 \mid \mathbf{y} - 2\mathbf{z} = \mathbf{0}\}, \quad \mathbf{V} = \langle (\mathbf{2}, \mathbf{1}, \mathbf{0}), (\mathbf{1}, \mathbf{0}, \mathbf{3}), (\mathbf{3}, \mathbf{2}, -\mathbf{3}) \rangle,$$

determinare una base di $\mathbf{U} \cap \mathbf{V}$.

[2] Determinare autovalori e autovettori della matrice

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

e stabilire se è diagonalizzabile.

[3] Determinare due vettori geometrici, \mathbf{u} e \mathbf{w} , il primo parallelo al piano $\mathbf{x} - 2\mathbf{y} + \mathbf{z} + \mathbf{1} = \mathbf{0}$, il secondo parallelo all'asse x tale che $\mathbf{u} + \mathbf{w} = (\mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{1})$.

[4] Determinare un'equazione omogenea per l'iperbole equilatera tangente alla retta $\mathbf{x} - \mathbf{y} + \mathbf{1} = \mathbf{0}$ nel punto $(\mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{1})$ passante per l'origine e per il punto $(\mathbf{1}, \mathbf{0}, \mathbf{0})$.