

FACOLTÀ di INGEGNERIA
Prova Scritta di GEOMETRIA del 13 Settembre 2007
Corsi di laurea: Civile, Informatica ed Elettronica

[1] Sia $\mathbf{L} : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^3$ l'applicazione lineare definita dalla seguente matrice

$$M_B^C(L) = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

ove \mathbf{C} indica la base canonica di \mathbf{R}^2 e $\mathbf{B} = \{(\mathbf{1}, \mathbf{0}, \mathbf{2}), (\mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{1}), (\mathbf{3}, \mathbf{1}, \mathbf{0})\}$.
Determinare \mathbf{ImL} .

[2] Stabilire per quali valori del parametro reale \mathbf{k} il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} \mathbf{x} - \mathbf{3y} + \mathbf{2z} = \mathbf{0} \\ \mathbf{x} + \mathbf{ky} + \mathbf{4z} = \mathbf{1} \end{cases}$$

ammette soluzioni ed eventualmente determinarle.

[3] Nel fascio di coniche tangenti nell'origine alla retta $\mathbf{x} - \mathbf{y} = \mathbf{0}$, passanti per il punto improprio della retta $\mathbf{x} + \mathbf{y} + \mathbf{2} = \mathbf{0}$ e per il punto $\mathbf{Q}(\mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{1})$, stabilire se ci sono parabole.

[4] Determinare due vettori geometrici, \mathbf{u} e \mathbf{v} , il primo perpendicolare al piano \mathbf{xy} , il secondo perpendicolare alla retta di equazioni

$$\begin{cases} \mathbf{x} - \mathbf{y} + \mathbf{2} = \mathbf{0} \\ \mathbf{z} - \mathbf{y} = \mathbf{3} \end{cases}$$

e tali che $\mathbf{u} + \mathbf{v} = (\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{2})$.