

**FACOLTÀ di INGEGNERIA**  
**Prova Scritta di GEOMETRIA del 16 settembre 2010**  
**Corso di laurea: Informatica ed Elettronica**

[1] Considerati i seguenti due sottospazi di  $\mathbf{R}^3$

$$\mathbf{U} = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \in \mathbf{R}^3 \mid \mathbf{y} - 3\mathbf{x} = \mathbf{0}\}, \quad \mathbf{V} = \langle (\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{0}), (\mathbf{2}, \mathbf{6}, \mathbf{2}), (\mathbf{0}, \mathbf{2}, \mathbf{1}) \rangle,$$

determinare una base di  $\mathbf{U} \cap \mathbf{V}$ .

[1] Stabilire per quali valori del parametro reale  $\mathbf{k}$  il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} 3\mathbf{x} - \mathbf{y} + 2\mathbf{z} - \mathbf{t} = 1 \\ 2\mathbf{kx} + 2\mathbf{y} + (\mathbf{k} - 1)\mathbf{z} + 2\mathbf{t} = 0 \end{cases}$$

ammette soluzioni ed eventualmente determinarle.

[3] Studiare la curva piana di equazione

$$\mathbf{x}^3(\mathbf{x} - \mathbf{y})^2 + 2\mathbf{x}^3 - \mathbf{xy} + 4 = 0$$

nei suoi punti impropri.

[4] Determinare due vettori geometrici,  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{w}$ , il primo parallelo al piano  $3\mathbf{x} + \mathbf{y} + \mathbf{z} + 3 = 0$ , il secondo ortogonale al piano  $\mathbf{yz}$ , tali che  $\mathbf{u} + \mathbf{w} = (\mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{2})$ .