

FACOLTÀ di INGEGNERIA
Prova Scritta di GEOMETRIA del 12 Giugno 2009
Corso di laurea: Informatica ed Elettronica

[1] Siano $\mathbf{L} : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ e $\mathbf{T} : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ le applicazioni lineari definite da

$$\mathbf{L}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) = (2\mathbf{x}, \mathbf{x} + \mathbf{y}, 3\mathbf{x} + 2\mathbf{z}) \quad \text{e} \quad \mathbf{T}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) = (\mathbf{x} + 2\mathbf{y} + \mathbf{z}, \mathbf{y} + 2\mathbf{z}, 2\mathbf{x} + 2\mathbf{y} - 2\mathbf{z}).$$

Stabilire se $\mathbf{T} \circ \mathbf{L}$ è iniettiva .

[2] Stabilire per quali valori del parametro reale \mathbf{k} il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} \mathbf{x} + 2\mathbf{y} = \mathbf{0} \\ \mathbf{kx} - (\mathbf{k} + 1)\mathbf{y} = \mathbf{k} - 1 \\ 3\mathbf{x} - \mathbf{y} = 1 \end{cases}$$

ammette soluzioni ed eventualmente determinarle.

[3] Nello spazio euclideo si consideri il piano $\pi : \mathbf{x} + 2\mathbf{y} - \mathbf{z} + 3 = 0$ ed il punto $R \equiv (2, 0, 2)$. Determinare le coordinate del punto \mathbf{P}' , proiezione ortogonale di \mathbf{P} sul piano π .

[4] Determinare un'equazione omogenea per la parabola passante per il punto $P \equiv (3, 2)$, per il punto improprio della retta $2\mathbf{x} - \mathbf{y} + 2 = 0$ e tangente nell'origine all'asse \mathbf{x} .