

FACOLTÀ di INGEGNERIA
Prova Scritta di GEOMETRIA del 23 gennaio 2009
Corso di laurea: Informatica ed Elettronica

[1] Considerati i seguenti due sottospazi di $M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$

$$\mathbf{U} = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R} \mid b - 3c = 0 \right\},$$
$$\mathbf{W} = \left\langle \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\rangle,$$

determinare una base di $\mathbf{U} \cap \mathbf{W}$.

[2] Stabilire per quali valori del parametro reale \mathbf{k} il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} \mathbf{x} - 2\mathbf{y} + \mathbf{t} = \mathbf{k} \\ \mathbf{kx} - 2\mathbf{ky} + (\mathbf{k} - 2)\mathbf{z} + \mathbf{kt} = 0 \end{cases}$$

ammette soluzioni ed eventualmente determinarle.

[3] Studiare la curva piana di equazione

$$\mathbf{y}^2(\mathbf{x} - 2)^2 + \mathbf{y}^3 + 2(\mathbf{x} - 2)^2 = 0$$

nei suoi punti di intersezione con l'asse x .

[4] Dato il piano $\pi : 2\mathbf{x} - \mathbf{y} + \mathbf{z} - 5 = 0$, scrivere equazioni cartesiane della retta ortogonale a π e passante per il punto di intersezione del piano \mathbf{xz} con

$$r : \begin{cases} \mathbf{x} = 3\mathbf{t} \\ \mathbf{y} = \mathbf{t} \\ \mathbf{z} = 1 - \mathbf{t} \end{cases}$$