

**FACOLTÀ di INGEGNERIA**  
**Prova Scritta di GEOMETRIA del 9 Febbraio 2012**  
**Corso di laurea: Informatica ed Elettronica**

[1] Siano  $\mathbf{L} : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$  e  $\mathbf{T} : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$  le applicazioni lineari definite da

$$\mathbf{L}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) = (\mathbf{x}, \mathbf{x} - \mathbf{y}, \mathbf{x} + 2\mathbf{z}) \quad \text{e} \quad \mathbf{T}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) = (\mathbf{x} - \mathbf{y}, \mathbf{y} + 2\mathbf{z}, \mathbf{x} + 2\mathbf{z}).$$

Stabilire se  $\mathbf{T} \circ \mathbf{L}$  è iniettiva .

[2] Stabilire per quali valori del parametro reale  $\mathbf{k}$  il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} \mathbf{x} - \mathbf{y} + \mathbf{z} = 1 \\ \mathbf{x} + \mathbf{k}\mathbf{y} = 0 \\ \mathbf{k}\mathbf{x} + \mathbf{y} + \mathbf{z} = \mathbf{k} - 1 \end{cases}$$

ammette soluzioni ed eventualmente determinarle.

[3] Determinare un'equazione omogenea per l'iperbole equilatera passante per il punto  $P \equiv (1, 2)$ , per il punto improprio della retta  $\mathbf{x} - \mathbf{y} - 1 = 0$  e tangente nell'origine all'asse  $\mathbf{y}$ .

[4] Nello spazio euclideo si consideri il piano  $\pi : 2\mathbf{x} - \mathbf{y} + \mathbf{z} + 1 = 0$  ed il punto  $R \equiv (0, 1, 2)$ . Determinare le coordinate del punto  $\mathbf{P}'$ , proiezione ortogonale di  $\mathbf{P}$  sul piano  $\pi$ .