

**FACOLTÀ di INGEGNERIA**  
**Prova Scritta di GEOMETRIA del 18 febbraio 2009**  
**Corso di laurea: Informatica ed Elettronica**

[1] Considerate le due basi di  $\mathbf{R}^2$ ,

$$\mathbf{B} = \{(\mathbf{2}, \mathbf{1}), (\mathbf{0}, \mathbf{1})\}, \quad \mathbf{B}' = \{(\mathbf{1}, \mathbf{1}), (\mathbf{3}, \mathbf{0})\},$$

dopo aver determinato la matrice del cambiamento di base da  $\mathbf{B}$  a  $\mathbf{B}'$ , trovare le coordinate del vettore  $\mathbf{v}_\mathbf{B} = (\mathbf{1}, \mathbf{2})$  rispetto a  $\mathbf{B}'$ .

[2] Stabilire se esistono valori del parametro reale  $\mathbf{k}$  per i quali la seguente applicazione lineare

$$\mathbf{L} : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$$

$$\mathbf{L}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) = (\mathbf{2kx} + \mathbf{2y}, \mathbf{8x} + \mathbf{2ky} + (\mathbf{k} - \mathbf{2})\mathbf{z}, \mathbf{2x} + (\mathbf{k} - \mathbf{1})\mathbf{y})$$

risulta non invertibile ed in tali eventuali casi determinare  $\mathbf{ImL}$ .

[3] Determinare due vettori geometrici  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{v}$ , il primo ortogonale alla retta  $\mathbf{r}$  di equazioni

$$r : \begin{cases} \mathbf{x} + \mathbf{y} - \mathbf{z} = \mathbf{2} \\ \mathbf{y} + \mathbf{z} = \mathbf{4} \end{cases}$$

ed il secondo parallelo all'asse  $\mathbf{y}$ , tali che  $\mathbf{u} + \mathbf{v} = (\mathbf{3}, \mathbf{1}, \mathbf{1})$ .

[4] Determinare un'equazione omogenea per l'iperbole equilatera avente come asintoto la retta  $\mathbf{2x} + \mathbf{y} = \mathbf{0}$  e tangente in  $\mathbf{P}(\mathbf{0}, \mathbf{3})$  alla retta

$$\mathbf{x} - \mathbf{y} + \mathbf{3} = \mathbf{0}.$$