

**FACOLTÀ di INGEGNERIA**  
**Prova Scritta di GEOMETRIA del primo luglio 2015**  
**Corso di laurea: Informatica ed Elettronica**

[1] Stabilire se esiste un'applicazione lineare  $\mathbf{L} : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^2$  tale che  
 $\mathbf{L}(1, 2, 0) = (3, 0)$ ,  $\mathbf{L}(1, 0, 1) = (0, 2)$ ,  $\mathbf{L}(0, 2, 0) = (4, 1)$ ,  $\mathbf{L}(1, 1, 0) = (1, 0)$ .

[2] Stabilire per quali valori del parametro reale  $\mathbf{k}$  il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} 3\mathbf{x} - \mathbf{y} = \mathbf{k} \\ \mathbf{k}\mathbf{x} + \mathbf{y} = 0 \\ 5\mathbf{x} + \mathbf{y} = 1 \end{cases}$$

ammette soluzioni ed eventualmente determinarle.

[3] Dopo aver mostrato che la retta

$$\begin{cases} 2\mathbf{x} - \mathbf{y} + \mathbf{z} = 0 \\ \mathbf{x} - 3\mathbf{z} = 2 \end{cases}$$

è sghemba con la retta impropria del piano  $\mathbf{y} + \mathbf{z} = 3$  determinare equazioni cartesiane per la retta passante per il punto  $(0, 1, 2)$  che incida entrambe.

[4] Studiare i punti della curva algebrica piana

$$\mathbf{x}^6 - 2\mathbf{x}^5 + 4\mathbf{y}^2 - \mathbf{x}^2 = 0$$

comuni con l'asse  $\mathbf{y}$ , determinando le rispettive tangenti.